

## Zur Aufgabe 11 von Blatt 4

Bei der – zugegebenermaßen späten, zu späten – Durchsicht Eurer Bearbeitungen von Übungsaufgaben fällt mir eines oft auf: Ein recht großer Teil der Bearbeitungen springt nach einer fast gänzlich fehlenden Vorbereitung so schnell es geht in den Programmtext, vielleicht wird sogar nur der Code angeboten. Es gibt auch andere Bearbeitungen, was ein Zeichen dafür ist, dass manche unter Euch bereits auf einer universitären Ebene arbeiten. Je unmittelbarer Ihr aber den Programmtext sprechen lasst, je weniger Ihr also darauf vorbereitet, worum es hier geht, umso mehr bewegt Ihr Euch lediglich auf der Ebene der Programmierung. Das ist zwar auch notwendig (und kann gut und schlecht durchgeführt sein). Doch diese Ebene ist nicht die der Universität. Bei allem, was Ihr zu Papier bringt oder was Ihr vortragt und präsentiert, müsst Ihr eines im Blick haben: das Publikum, die Leser, die Zuhörer. Geht immer davon aus, dass die nicht wissen, was Euer Thema, Euer Anlass, Eure Absicht ist.

Ich habe mich geweigert, sog. Musterlösungen herauszugeben (zur Aufgabe 8 jedoch gibt es eine). Hier will ich eine Ausnahme insofern machen, als ich den Beginn einer Bearbeitung der Aufgabe 11 andeute. So oder so ähnlich, in vielen möglichen Varianten, stelle ich mir eine Bearbeitung vor.

### Zur Aufgabe 11

Gegeben sind eine durchsichtige Kugel  $K$  und ein undurchsichtiger Tetraeder<sup>1</sup>. Der Tetraeder  $T$  befindet sich in der Kugel, die deswegen hohl und groß genug sein muss. Der Tetraeder soll sich innerhalb der Kugel bewegen und dabei nie aus der Kugel herausragen.

Zu behandeln sind also: die Bedingung dafür, dass ein Tetraeder innerhalb einer Kugel liegt; die Bewegung des Tetraeder allgemein und speziell so, dass er von der Innenhaut der Kugel zurück gewiesen wird. Die ergänzte Aufgabenstellung verlangt außerdem eine interaktive Einflussnahme auf die Lage der Kugel.

Die Kugel soll den Radius  $R > 0$  besitzen. Ihr Mittelpunkt  $M$  soll mit dem Koordinatenursprung übereinstimmen. Ihre Oberfläche soll rötlich erscheinen. Zur Erhöhung der Allgemeinheit soll der Farbwert der Kugeloberfläche durch die Parameter  $(r_K, g_K, b_K, a_K)$  bestimmt sein (im RGBA-System). Ein Wert wäre etwa  $(150, 0, 0, 40)$ .

Der Tetraeder soll regelmäßig sein, d.h. seine sechs Kanten haben alle die Länge  $s$ . In diesem Fall liegen alle vier Eckpunkte des Tetraeder auf einer umhüllenden Kugel („Umkugel“) vom Radius

$$r = \sqrt{6}s / 4$$

Die Farbe des Tetraeder soll blau-grün sein. Der Allgemeinheit zugunsten sei sie durch  $(r_T, g_T, b_T, a_T)$  gegeben, und ein konkreter Wert könnte  $(0, 100, 200, 255)$  lauten.

Die Punkte der Kugeloberfläche sind durch die Gleichung

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

gegeben. Den Test, ob der Tetraeder ganz im Inneren der Kugel liegt, könnten wir mit einer Funktion definieren, die für jeden der vier Eckpunkte des Tetraeders prüft, ob

$$F(P_i) < 0, \text{ wo } P_i \text{ ein beliebiger der vier Eckpunkte ist.}$$

Einfacher jedoch ist es, sich auf die Umkugel zu stützen. Ist  $Z$  ihr Mittelpunkt und  $M$  der Mittelpunkt der großen Kugel und ist  $d = |Z - M|$  die Distanz zwischen beiden, so muss offenbar  $R \geq r + d$  sein. Denn wenn die Umkugel

<sup>1</sup> Ich sage stets „das Tetraeder“. Anscheinend sagen manche auch „der Tetraeder“.

ganz im Inneren der Kugel  $K$  liegt, so liegt auch der Tetraeder in ihrem Inneren. Wir könnten von  $R$  noch einen kleinen Betrag  $\varepsilon$  abziehen, um die Berührung mit der Kugelhaut zu vermeiden.

Die Bewegung des Tetraeder kann so geschehen, dass der Mittelpunkt  $Z$  der Umkugel zufällig neu bestimmt wird, und dass zusätzlich die Richtung von  $Z$  zu einem beliebigen der vier Eckpunkte zufällig gewählt wird. Letzteres käme auf eine Rotation hinaus, die es zu bestimmen gälte. Die Realisierung der Translation und Rotation geht selbstverständlich in OpenGL über die Matrizen-Stapel.

Wenn die Verschiebung des Tetraeders aus seiner aktuellen Lage schon bestimmt worden ist, muss vor der Ausführung im Bild erst geprüft werden, ob die neue Lage das Tetraeder ganz im Inneren der Kugel beließe. Wenn das nicht der Fall wäre, müssen Maßnahmen ergriffen werden. Entweder von der Verlagerung nur soviel ausführen, wie eben noch zulässig wäre, oder aber gleich eine neue Verlagerung bestimmen. Auch kann es zu jedem Zeitpunkt eine Bewegungsrichtung geben. Kommt bei Bewegung des Tetraeders die Umkugel in Berührung mit der großen Kugel, so könnte die Maßnahme in einer Spiegelung der Bewegungsrichtung bestehen. Eine andere Strategie wäre es, den neuen Mittelpunkt so zu wählen, dass die ganze Umkugel nie aus der Kugel hinauskommt. Das könnte zu einer zitterigen Bewegung um die Mitte herum genutzt werden.

{In einer Bearbeitung würde ich jetzt das Programm (Bewegung des Tetraeders) in einem Pseudocode einfügen. Danach gäbe ich einige Abbildungen, die damit erzeugt worden wären, zusammen mit kurzen Kommentaren zu jeder Abbildung. Abschließend gäbe ich, wie hier sogar explizit gefordert, einen Kommentar zur Aufgabe und zu möglichen Ergänzungen. Im Anhang wäre der Programmcode zu finden, mit reichlich vielen Kommentaren und gut strukturiert.}